

Н. Д. Минченков (магистрант)<sup>а</sup>, С. К. Чуракова (д.т.н., проф.)<sup>а</sup>,  
И. Г. Ибрагимов (д.т.н., проф.)<sup>б</sup>, С. П. Иванов (д.т.н., проф.)<sup>в</sup>

## АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ КПД ПЕРЕКРЕСТНОТОЧНЫХ ТАРЕЛЬЧАТЫХ КОНТАКТНЫХ УСТРОЙСТВ ОТ ПАРАМЕТРОВ УРАВНЕНИЯ МАССОПЕРЕДАЧИ

Уфимский государственный нефтяной технический университет,

<sup>а</sup> кафедра «Нефтехимия и химическая технология»,

<sup>б</sup> кафедра «Технология металлов в нефтегазовом машиностроении»,

<sup>в</sup> кафедра «Химико-технологические процессы»

450064, г. Уфа, ул. Космонавтов 1, e-mail: nminch02@mail.ru

N. D. Minchenkov, S. K. Churakova, I. G. Ibragimov, S. P. Ivanov

## ANALYTICAL DETERMINATION OF THE DEPENDENCE OF THE EFFICIENCY OF CROSS-FLOW TRAY CONTACT DEVICES ON THE PARAMETERS OF THE MASS TRANSFER EQUATION

Ufa State Petroleum Technological University

1, Kosmonavtov Str., 450064, Ufa, Russia; email: nminch02@mail.ru

При описании установившихся массообменных процессов в основном уравнении массопередачи время зачастую опускают, однако опытные данные о работе массообменного оборудования указывают на влияние времени контактирования фаз на массообменную эффективность внутренних контактных устройств. В данной работе основное уравнение массопередачи представляется в дифференциальной форме и интегрируется совместно с выражениями материального баланса массообменного процесса по двум фазам для перекрестноточных тарельчатых контактных устройств, гидродинамическая модель движения потоков на которых для одной из фаз близка к идеальному вытеснению, а для другой – к идеальному смешению. В результате получаются выражения для КПД по Мерффи для каждой из фаз на указанном типе контактных устройств, устанавливающие связь массообменной эффективности с параметрами процесса массопередачи и расходами фаз. Показан прогностический характер полученных зависимостей и их преимущества перед эмпирическими выражениями. Обосновывается необходимость учета времени протекания массообменного процесса, в том числе и установившегося, для определения КПД контактного устройства.

**Ключевые слова:** время контактирования фаз; КПД по Мерффи; массообменная эффективность; межфазная поверхность; основное уравнение массопередачи; параметры массопередачи; перекрестноточные тарельчатые контактные устройства; режим вытеснения; режим смешения

When describing steady-state mass transfer processes, time is often omitted in the main mass transfer equation, however, experimental data on the operation of mass transfer equipment also indicate the influence of phase contouring time on the mass transfer efficiency of internal contact devices. In this paper, the basic mass transfer equation is presented in differential form and integrated together with the expressions of the material balance of the mass transfer process in two phases for cross-flow tray contact devices, the hydrodynamic model of flow movement on which is close to ideal displacement for one of the phases and ideal mixing for the other. As a result, by means of transformations of the obtained equations, expressions for the Murphy efficiency for each of the phases on the specified type of contact devices are obtained, establishing a relationship between mass transfer efficiency and the parameters of the mass transfer process and the costs of the phases. The prognostic nature of the obtained dependencies and their advantages over empirical expressions are indicated. The necessity of taking into account the time of the mass exchange process, including steady-state, is substantiated in order to determine the efficiency of the contact device, that is, the degree of approximation of concentrations in phases to equilibrium values.

**Key words:** basic mass transfer equation; cross-flow tray contact devices; displacement mode; interfacial surface; mass transfer efficiency; mass transfer parameters; mixing mode; Murphy efficiency; phase contact time

Дата поступления 21.06.25

Как известно, интенсивность массопередачи, или диффузионный поток, то есть масса вещества, передаваемого через единицу поверхности в единицу времени, прямо пропорциональна движущей силе процесса:

$$m = K \cdot \Delta c, \quad (1)$$

где  $K$  – коэффициент массопередачи.

За время  $\tau$  через поверхность фазового контакта  $F$  перейдет масса вещества  $M$ :

$$M = K \cdot \Delta c \cdot F \cdot \tau. \quad (2)$$

Уравнение (2) называется основным уравнением массопередачи, и его особенность заключается в том, что в приведенном виде может быть применено для расчета массы вещества, переданного из одной фазы в другую, лишь при постоянной движущей силе. Однако движущая сила может изменяться как во времени, так и в разных точках пространства, через которые проходят взаимодействующие фазы, поэтому в расчетах зачастую пользуются интегральными формами уравнений массоотдачи и массопередачи с усредненным значением движущей силы<sup>1</sup>. Данный подход также может применяться при определении коэффициента массоотдачи в тех случаях, когда известна поверхность раздела фаз, например, в процессах с твердой фазой<sup>2</sup>. Однако различные методы определения средней движущей силы, во-первых, содержат в себе определенные допущения<sup>3</sup>, отклонения реальных процессов от которых становятся причиной погрешности. Во-вторых, использование интегральной формы уравнения массопередачи со средним значением движущей силы не позволяет изучить протекание данного процесса во времени и влияние времени взаимодействия фаз, то есть, условного времени их пребывания в массообменном устройстве, на степень приближения концентраций в них к равновесию, тогда как опытные данные косвенно свидетельствуют о влиянии времени контакта фаз на эффективность массопередачи в реальных массообменных аппаратах<sup>4</sup>. Указывается на опытное наблюдение повышения эффективности ректификационных тарелок при увеличении высоты переливной перегородки, что связывают с задержкой жидкости на тарелке<sup>5</sup>. Поэтому представляет интерес определение характера зависимости эффективности работы контактных устройств от параметров, входящих в уравнение массопередачи, в том числе от времени контакта фаз.

## Материалы и методы

Для установления этой зависимости целесообразно перейти к дифференциальным формам

уравнения массопередачи для двух контактирующих фаз по аналогии с первым законом Фика:

$$dM = K \cdot (y^* - y) \cdot dF \cdot d\tau; \quad (3)$$

$$dM = K \cdot (x - x^*) \cdot dF \cdot d\tau. \quad (4)$$

Для изучения влияния различных параметров на процесс массопередачи рассмотрим процесс массопереноса через бесконечно малую поверхность  $dF$  за бесконечно малый промежуток времени  $d\tau$  (рис. 1).

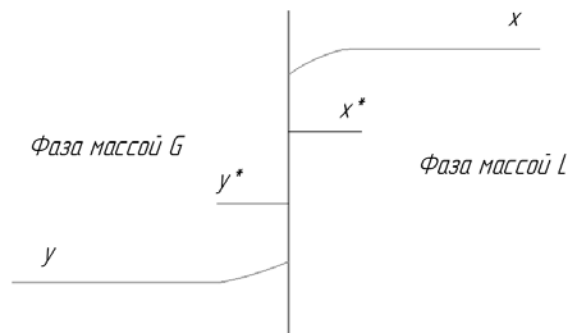


Рис. 1. Схема процесса массопередачи

Выразим материальный баланс процесса массопередачи относительно фазы  $G$ . В этом случае бесконечно малое приращение массы вещества выражается через уравнение (3). С другой стороны, массу можно выразить через изменение концентрации в пределах самой фазы:

$$dM = G dy. \quad (5)$$

Приравняв правые части выражений (3) и (5) и разделяя переменные, получаем:

$$\frac{G}{K} \cdot \int_{y_n}^{y_k} \frac{dy}{y^* - y} = \int_0^{\tau} d\tau \int_0^F dF, \quad F = \text{const}, \tau = \text{const}, \quad (6)$$

В работе<sup>6</sup> рассматривается влияние площади межфазной поверхности на процесс массопередачи, и уравнение, содержащее интеграл

$$\int_{y_n}^{y_k} \frac{dy}{y^* - y},$$

аналитически интегрируется для случая, когда вторая фаза (жидкость) полностью перемешана, при этом рассматриваемая фаза (газ) движется в режиме идеального вытеснения. Действительно, при движении второй фазы в проточном режиме идеального смешения концентрация перераспределяемого вещества в ней будет постоянной в каждой точке, соответственно, постоянной будет и равновесная концентрация  $y^*$  в другой фазе. Рассматривая модель, в которой исследуемая фаза движется в режиме идеального вытеснения, вторая фаза движется по модели идеального смешения, интегрируем дифференциальное уравнение (6):

$$\frac{G}{K} \cdot \ln \frac{y^* - y_n}{y^* - y_k} = \tau F. \quad (7)$$

Перегруппируем множители, проведем операцию потенцирования и возведем правую и левую части уравнения в степень (-1):

$$\frac{y^* - y_k}{y^* - y_n} = \exp \left[ -\frac{KF\tau}{G} \right]. \quad (8)$$

Вычтем левую часть уравнения (8) из единицы:

$$1 - \frac{y^* - y_k}{y^* - y_n} = \frac{y_k - y_n}{y^* - y_n} = E_y. \quad (9)$$

Полученная дробь представляет собой КПД по Мерффри для фазы  $G$  по рассматриваемому компоненту, который является критерием оценки массообменной эффективности работы контактного устройства<sup>7</sup>, то есть

$$E_y = 1 - \exp \left[ -\frac{KF\tau}{G} \right]. \quad (10)$$

Выражение (10) устанавливает экспоненциальный характер зависимости эффективности контактной ступени от времени контакта двух фаз для случая, когда фаза, для которой вычисляется КПД, движется в режиме вытеснения, а вторая фаза в режиме смешения. Из него следует, что при прочих равных условиях КПД по Мерффри будет больше для той контактной ступени, время пребывания фазы на которой будет больше. Это является логичным следствием основного уравнения массопередачи, согласно которому за большее время контакта большая масса вещества успеет перейти из одной фазы в другую, а значит, концентрация этого вещества в большей степени приблизится к равновесной. Из полученной формулы также следует, что при прочих равных условиях КПД контактной ступени будет тем больше, чем меньше расход фазы, для которой рассчитывается КПД. Это объясняется тем, что при переходе одной и той же массы вещества в две фазы с разными массами, концентрация сильнее изменится и в большей степени приблизится к равновесию в той фазе, общая масса которой меньше.

Необходимо также определить зависимость КПД по рассматриваемому компоненту для фазы, движущейся в режиме идеального смешения, в то время как вторая фаза движется по модели идеального вытеснения. В этом случае концентрация вещества в фазе  $L$ , которая полностью перемешана, одинакова по всему ее объему в пределах одного контактного уровня, и равна  $x_k$ . При этом равновесная концентрация  $x^*$  переменна в различных точках и зависит от концентрации перерас-

пределяемого компонента во второй фазе, которая движется по модели вытеснения. Приравняем приращения массы компонента в фазе  $G$  к количеству вещества, перенесенному из фазы  $L$ :

$$Gdy = K \left( x_k - \frac{y}{k_i} \right) dF d\tau. \quad (11)$$

Будем считать, что равновесные концентрации компонента в этих фазах линейно связаны. Разделяя переменные, получаем:

$$G \int_{y_n}^{y_k} \frac{dy}{x_k - \frac{y}{k_i}} = K \int_0^\tau d\tau \int_0^F dF. \quad (12)$$

Решением данного дифференциального уравнения является выражение:

$$\ln \left( \frac{x_k - \frac{y_k}{k_i}}{x_k - \frac{y_n}{k_i}} \right) = -\frac{KF\tau}{Gk_i}. \quad (13)$$

Потенцирование и вычитание обеих частей полученного уравнения из единицы приводит к выражению:

$$\frac{\frac{1}{k_i}(y_k - y_n)}{x_k - \frac{y_n}{k_i}} = 1 - \exp \left[ -\frac{KF\tau}{Gk_i} \right]. \quad (14)$$

При этом материальный баланс по компоненту для обеих фаз выражается следующим образом:

$$L(x_n - x_k) = G(y_k - y_n). \quad (15)$$

Отсюда следует:

$$\frac{x_n - x_k}{x_k - \frac{y_n}{k_i}} = \frac{Gk_i}{L} \left( 1 - \exp \left[ -\frac{KF\tau}{Gk_i} \right] \right). \quad (16)$$

Учитывая, что  $\frac{y_n}{k_i} = x^*$ , приведем обратное выражение:

$$\frac{x_k - x^*}{x_n - x_k} = \frac{L}{Gk_i \left( 1 - \exp \left[ -\frac{KF\tau}{Gk_i} \right] \right)}. \quad (17)$$

Прибавив единицу к правой и левой части уравнения (17), получаем:

$$E_x = \frac{x_n - x_k}{x_n - x^*} = \frac{Gk_i \left( 1 - \exp \left[ -\frac{KF\tau}{Gk_i} \right] \right)}{Gk_i \left( 1 - \exp \left[ -\frac{KF\tau}{Gk_i} \right] \right) + L}. \quad (18)$$

Уравнение (18) представляет собой выражение для КПД по  $i$ -му компоненту для фазы, движущейся в режиме идеального смешения, тогда как вторая фаза движется в режиме идеального вытеснения.

Гидродинамическая модель, в которой одна фаза на контактном устройстве движется в режиме смешения (жидкость), а другая – в режиме вытеснения (газ), близка к процессу движения фаз на клапанных и колпачковых перекрестноточных барботажных тарелках<sup>8</sup>, особенно при небольшом диаметре этих тарелок.

## Результаты и их обсуждение

В работах<sup>9–11</sup> описание КПД контактного устройства по Мерффи по  $i$ -ому компоненту ограничивается формулой:

$$E_y = \frac{y_{i,j} - y_{i,j+1}}{y_{i,j}^* - y_{i,j+1}}. \quad (19)$$

Подход к представлению и анализу КПД контактного устройства, изложенный в данной работе, отличается от выражения (19) своим прогностическим характером. Формула (19) позволяет определить КПД контактной ступени лишь по результатам ее работы и измерения концентраций входящих и выходящих потоков, что представляет значительные практические трудности. При этом она не позволяет оценить КПД на этапе проектирования контактного устройства. В то же время формулы (10) и (18) связывают КПД перекрестноточного тарельчатого контактного устройства как с физическими свойствами компонентов (диффузионные свойства выражены в коэффициенте массопередачи, а характеристики температурной зависимости давления насыщенных паров, если речь идет о процессах взаимодействия пара и жидкости – в константе фазового равновесия), так и с условиями протекания и взаимодействия фаз на данном контактном устройстве (расход фаз, время контакта, площадь межфазной поверхности, температура и давление процесса).

Известны работы, в которых предлагаются различные способы определения КПД контактных устройств. Они основаны на использовании эмпирических формул<sup>12</sup>, а также на аналогиях переноса импульса и массы в барботажном слое на тарелках<sup>7</sup>. Использование эмпирических формул позволяет достаточно просто сделать приближенный прогноз эффективности контактных устройств, однако эти формулы зачастую не учитывают индивидуальность равновесных свойств компонентов, что снижает их адекватность. Также во многих рассмотренных исследованиях анализи-

руются методы определения КПД только по газовой фазе при условии, что жидкость идеально перемешана<sup>12</sup>, в то время как массообменная эффективность контактного устройства по жидкой фазе является не менее важной характеристикой, влияющей на эффективность разделения, и вычисляется по другим формулам по причине существенных различий в гидродинамических моделях движения этих фаз, что было продемонстрировано в данной работе. В некоторых случаях предлагается использовать формулы, дающие общий КПД по газовой и жидкой фазам<sup>12</sup> что также не отражает существенные различия в движении жидкостей и газов на контактном устройстве. Наконец, в формулах для определения КПД, приведенных в существующих работах, не учитывается время контактирования фаз, хотя прямое влияние этого параметра на массообменный процесс следует из основного уравнения массопередачи и косвенно - из закона Фика.

В некоторых формулах делается поправка на увеличение пути жидкости на тарелке<sup>12</sup>. Очевидно, что из двух контактных устройств, при прохождении через которые одинаковых потоков газовой и жидкой фаз возникает межфазная поверхность одинаковой площади, массообменная эффективность будет выше у того контактного устройства, конструкция которого обеспечивает более длительное контактирование данных фаз. С физической точки зрения влияние времени контактирования на эффективность массопередачи объясняется конечностью скоростей движения частиц перераспределяемого компонента при их диффузии в пределах фаз и через межфазную поверхность, вследствие чего за большее время контакта большее количество вещества успевает перейти из одной фазы в другую и тем самым в большей степени приблизить концентрацию к равновесному значению.

Еще одним практически значимым выводом, следующим из формулы (18), является теоретическое обоснование экспериментально наблюдаемого факта снижения КПД перекрестноточных тарельчатых контактных устройств в нижней части массообменных колонн<sup>13</sup>. Тарелки в нижней части ректификационных колонн работают в условиях завышенного расхода жидкости. Из формулы (18) при этом следует, что при прочих равных условиях КПД тарельчатого контактного устройства по жидкой фазе, модель движения которой близка к модели идеального смешения, тем меньше, чем больше расход указанной жидкой фазы, что подтверждает опытное наблюдение.

Таким образом, совершенствование модели определения эффективности перекрестноточных тарельчатых контактных устройств, применяе-

мых в массообменных аппаратах, является важной задачей развития подходов к проектированию технологического оборудования. Из полученных формул для КПД по Мерффри для данного типа контактных устройств следует, что эффективность контактного устройства индивидуальна для каждого вещества в каждой из фаз, эта индивидуальность объясняется специфичностью равновесных и диффузионных свойств веществ, а также расходом фазы и технологическими параметрами процесса. Константа фазового равновесия каждо-

го компонента зависит от температуры и давления, а коэффициент массопередачи – от диффузионных свойств веществ, температуры и гидродинамической обстановки на контактном устройстве. Получение формул, позволяющих оценить массообменную эффективность контактного устройства на этапе разработки оборудования повышает надежность проектирования и создает условия для рационального развития новых технологий и аппаратов.

## Литература

1. Кафаров В.В. Основы массопередачи. – М.: Высшая школа, 1972. – 496 с.
2. Петрушка И.М., Гумницкий Я.М., Мальованный М.С. Внешнедиффузионная кинетика адсорбции красителя анионного красного 8С на глауконите // Теоретические основы химической технологии. – 2013. – Т.47, №2. – С.191.
3. Саевич Н.П., Калишук Д.Г., Чиркун Д.И. Сравнение различных методов расчета средней движущей силы массопередачи при абсорбции // Труды БГТУ. Серия 2: Химические технологии, биотехнология, геоэкология. – 2017. – №2(199). – С.209-214.
4. Пилугин В.В., Нестеров И.Д., Чуракова С.К., Богатых К.Ф. Разработка и промышленная реализация энергосберегающей технологии частичного отбензинивания нефти в перекрестноточной насадочной колонне на установках ЭЛОУ-АВТ и ЭЛОУ-АВТ-3 ОАО «Орскнефтеоргсинтез» // Баш. хим. ж. – 2009. – Т.16, №2. – С.43-46.
5. Полянский А.В., Блиничев В.Н., Чагин О.В. Критерии оценки эффективности работы ректификационных колонн // Известия высших учебных заведений. Серия: Химия и химическая технология. – 2016. – Т.59, №1. – С.3-8.
6. Елизаров В.И., Елизаров Д.В., Мерзляков С.А., Дьяконов С.Г. Определение эффективности колонных массообменных аппаратов на основе аналогии переноса импульса и массы в барботажном слое на тарелках // Теоретические основы химической технологии. – 2012. – Т.46, №5. – С.483.
7. Долгова А.Н., Лаптева Е.А. Определение эффективности массообменных тарелок колонных аппаратов с учетом неравномерности распределения // Электронный научный журнал Нефтегазовое дело. – 2013. – №6. – С.283-309.
8. Самойлов Н.А., Мнушкин И.А., Мнушкина О.А. Границы реализации совмещенных реакционно-ректификационных процессов // Известия высших учебных заведений. Серия: Химия и химическая технология. – 2009. – Т.52, №12. – С.97-102.
9. Емельянов А.Б., Мальцев М.В., Попов В.Б. Определение эффективности тарельчатых массообменных аппаратов применяемых в нефтехимическом производстве // Вестник Воронежского государственного университета инженерных технологий. – 2017. – Т.79, №2(72). – С.176-179.
10. Sadeghifar H. Simple and rapid determination of effective Murphree component efficiencies for operating absorbers, strippers and distillation columns filled with any type of trays // Separation and Purification Technology. – 2015. – №139. – Pp.104-108.

## References

1. Kafarov V.V. Osnovy massoperedachi [Fundamentals of mass transfer]. Moscow, "Vysshiaia shkola" publ., 1972. 496 p.
2. Petrushka I.M., Gumnitskii Y.M., Malovanyi M.S. [External diffusion kinetics of the adsorption of anionic red 8C dye on glauconite]. *Theoretical Foundations of Chemical Engineering*, 2013, vol.47, no.2, pp.144-148.
3. Saevich N.P., Kalishuk D.G., Chirkun D.I. *Sravnienie razlichnykh metodov rascheta srednei dvizhushchei sily massoperedachi pri absorptsii* [Comparison of different methods for calculating the average driving force of mass transfer during absorption]. *Trudy BGTU. Seriya 2: Khimicheskie tekhnologii, biotekhnologiya, geoekologiya* [Proceedings of BSTU. Series 2: Chemical Technologies, Biotechnology, Geocology], 2017, no.2(199), pp.209-214.
4. Pilyugin V.V., Nesterov I.D., Churakova S.K., Bogatykh K.F. *Razrabotka i promyshlennaya realizatsiya energosberegayushchey tekhnologii chastichnogo otbenzinivaniya nefti v perekrestnotochnoy nasadochnoy kolonne na ustanovkakh ELOU-AVT i ELOU-AVT-3 OAO «Orsknefteorgsintez»* [Development an industrial implementation of the energy saving technology of partial gasoline-conversion of petroleum in a cross-flow packing column ELOU-AVT and ELOU-AVT-3 at JSC «Orsknefteorgsintez»]. *Bashkirskii khimicheskii zhurnal* [Bashkir Chemical Journal], 2009, vol.16, no.2, pp.43-46.
5. Polyanskiy A.V., Blinichev V.N., Chagin O.V. *Kriterii otsenki effektivnosti raboty rektifikatsionnykh kolonn* [Criteria for assessing the efficiency of distillation columns]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Seriya: Khimiya i khimicheskaya tekhnologiya* [News of higher educational institutions. Series: Chemistry and chemical technology], 2016, vol.59, no.1, pp.3-8.
6. Elizarov V.I., Elizarov D.V., Merzlyakov S.A., D'yakonov S.G. [Calculating the efficiency of mass transfer columns based on analogy of momentum and mass transport in bubbling layer on trays]. *Theoretical Foundations of Chemical Engineering*, 2012, vol.46, no.5, pp.429-436.
7. Dolgova A.N., Lapteva E.A. *Opredelenie effektivnosti massoobmennyykh tarelok kolonnykh apparatov s uchetom neravnomernosti raspredeleniya* [Determination of the efficiency of mass transfer plates of column apparatuses, taking into account the uneven distribution]. *Elektronnyi nauchnyi zhurnal Neftgazovoe delo* [Electronic scientific journal Oil and Gas Business], 2013, no.6, pp.283-309.
8. Samoilov N.A., Mnushkin I.A., Mnushkina O.A. *Granitsy realizatsii sovmeshchennykh reaktionno-rektifikatsionnykh protsessov* [The boundaries of the implementation of combined reaction-rectification

11. Vazquez-Esparragoza J.J., Polasek J.C., Hernandez-Valencia V.N., Hlavinka M.W., Bullin J. A simple application of murphree tray efficiency to separation processes // *Chemical Engineering Communications*. – 1997. – V.160, №1. – Pp.91-101.
12. Елизаров Д.В., Елизаров В.В., Мерзляков С.А. Выбор оптимальных конструктивных параметров ситчатых и клапанных тарелок ректификационных аппаратов // *Вестник Казанского технологического университета*. – 2013. – Т.16, №12. – С.187-190.
13. Шевченко А.В., Ахметов Р.Ф., Набиева А.Р., Шамова Н.А. Анализ эффективности работы внутренних контактных устройств ректификационных колонн // *Баш. хим. ж.* – 2025. – Т.32, №1. – С.75-78.
9. Emelyanov A.B., Maltsev M.V., Popov V.B. *Opredeleniye effektivnosti tarel'chatykh massoobmennyykh apparatov primenyayemykh v neftekhimicheskoy proizvodstve* [Determination of the efficiency of plate mass transfer devices used in petrochemical production]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta inzhenernykh tekhnologiy* [Bulletin of the Voronezh State University of Engineering Technologies], 2017, vol.79, no.2(72), pp.176-179.
10. Sadeghifar H. [Simple and rapid determination of effective Murphree component efficiencies for operating absorbers, strippers and distillation columns filled with any type of trays]. *Separation and Purification Technology*, 2015, no.39, pp.104-108.
11. Vazquez-Esparragoza J.J., Polasek J.C., Hernandez-Valencia V.N., Hlavinka M.W., Bullin J. [A simple application of murphree tray efficiency to separation processes]. *Chemical Engineering Communications*, 1997, vol.60, no.1, pp.91-101.
12. Elizarov D.V., Elizarov V.V., Merzlyakov S.A. *Vybor optimal'nykh konstruktivnykh parametrov sitchatyykh i klappannykh tarelok rektifikatsionnykh apparatov* [Selection of optimal design parameters of sieve and valve trays of rectification apparatuses]. *Vestnik Kazanskogo tekhnologicheskogo universiteta* [Bulletin of Kazan Technological University], 2013, vol.16, no.12, pp.187-190.
13. Shevchenko A.V., Akhmetov R.F., Nabieva A.R., Shamova N.A. *Analiz effektivnosti raboty vnutrennikh kontaktnykh ustroystv rektifikatsionnykh kolonn* [Analysis of the efficiency of internal contact devices of distillation columns]. *Bashkirskii khimicheskii zhurnal* [Bashkir Chemical Journal], 2025, vol.32, no.1, pp.75-78.